

2.2.1 Kontinuierlich messende Füllstandssensoren

Das Funktionsprinzip kapazitiver Füllstandssensoren basiert auf der Änderung des elektrischen Feldes in einem Kondensator durch ein Füllgut, dessen Füllhöhe bestimmt werden soll. Genau genommen findet eine Oberflächenänderung statt. Insbesondere Sensoren zu Grenzstandserfassung können ganz unterschiedlich realisiert werden und sind in ihrem Aufbau auf das Anwendungsgebiet

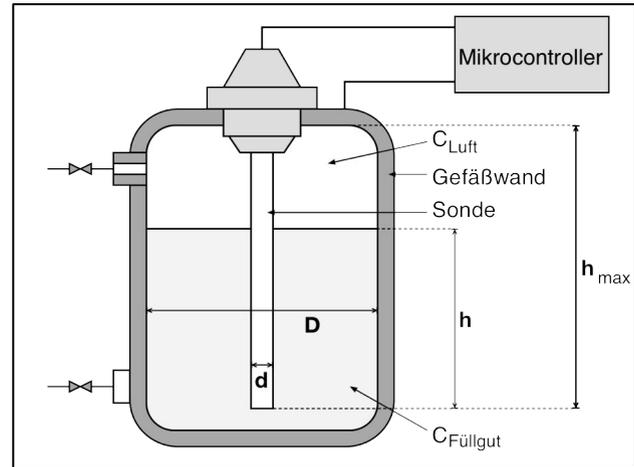


Abbildung 7: Aufbau eines Füllstandssensors (Hesse & Schnell, 2011, S. 123)

spezialisiert. Auf Grund dieser Vielfalt soll lediglich eine kontinuierlich messende Sonde, wie sie etwa in der chemischen Industrie verwendet wird, als Prototyp vorgestellt werden. Die Sensorsonde bildet mit der Gefäßwand einen Kondensator, der idealisiert die Form eines Zylinderkondensators besitzt (Abb. 7). Der Zylinderkondensator wird in zwei parallel geschaltete Kondensatoren C_{Luft} und $C_{\text{Füllgut}}$ nach ihrem Dielektrikum aufgeteilt. In der Gesamtkapazität werden die beiden Kapazitäten addiert (Gl. (6)). Mit Gleichung (5) gilt

$$\begin{aligned}
C_{ges} &= C_{Luft} + C_{Füllgut} = 2\pi\varepsilon_0\varepsilon_{Luft} \frac{h_{max} - h}{\ln(D/d)} + 2\pi\varepsilon_0\varepsilon_{Füllgut} \frac{h}{\ln(D/d)} \\
&= \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln(D/d)} (\varepsilon_{Luft}(h_{max} - h) + \varepsilon_{Füllgut}h) \\
&= \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln(D/d)} ((\varepsilon_{Füllgut} - \varepsilon_{Luft})h + \varepsilon_{Luft}h_{max}).
\end{aligned}$$

Die Kapazität ist damit proportional zur Füllhöhe. Soll die Füllhöhe von leitenden Stoffen gemessen werden, so müssen die Messsonde und die Innenwand des Gefäßes isoliert sein. (Hesse & Schnell, 2011, S. 122-124)

4.1 Füllstandssensoren

Das erste Modell soll einen kapazitiven, kontinuierlich messenden Füllstandssensor abbilden. Dabei wird von der Zylinderform aus Kapitel 2.2.1 abgewichen und ein Plattenkondensator verwendet. So muss im Physikunterricht nicht die Formel für die Kapazität eines Zylinderkondensators hergeleitet werden, zudem ist ein Plattenkondensator im Bezug auf die Materialbeschaffung und die Konstruktion unkomplizierter als ein Zylinderkondensator. Die Beziehung zwischen der Kapazität und der Füllhöhe ist, wie beim Zylinderkondensator, auch beim Plattenkondensator linear. Dies wird die folgende Diskussion des Versuchsaufbaus und der Funktionsweise zeigen.

4.1.1 Aufbau und Funktionsweise

Grundlage ist ein rechteckiges Gefäß, aus einem isolierenden Material, dessen gegenüberliegenden Flächen zueinander parallel stehen. An zwei gegenüberliegenden Flächen wird jeweils ein Rechteck aus Alufolie geklebt. Über Laschen an den Rechtecken, kann ein Kapazitätsmeter angeschlossen werden. Mit einem Maßstab kann die Füllhöhe bestimmt werden. Der Aufbau ist der Abbildung 31 zu entnehmen. Mit diesem Aufbau bilden die Rechtecke aus Alufolie die Platten und das Füllmaterial sowie die Gefäßwände das Dielektrikum eines Plattenkondensators. Um die Abhängigkeit der Kapazität C_{ges} von der Füllhöhe h zu bestimmen, teilt man im ersten Schritt den Kondensator in zwei parallel

geschaltete Plattenkondensatoren C_L und C_F , entsprechend der Dielektrika, auf. Im Kondensator C_L bildet die gesamte Luft und in C_F die gesamte Flüssigkeit, welche sich zwischen den Platten befindet, das Dielektrikum. Die Gesamtkapazität ist mit Gleichung (4) und (6)

$$C_{ges} = C_L + C_F = \varepsilon_0 \varepsilon_{Luft} \frac{A_L}{d} + \varepsilon_0 \varepsilon_{Flüssigkeit} \frac{A_F}{d} = \frac{\varepsilon_0}{d} (\varepsilon_{Luft} A_L + \varepsilon_{Flüssigkeit} A_F)$$

$$= \frac{\varepsilon_0}{d} (\varepsilon_{Luft} b(h_{max} - h) + \varepsilon_{Flüssigkeit} bh)$$

und damit

$$C_{ges} = \varepsilon_0 (\varepsilon_{Flüssigkeit} - \varepsilon_{Luft}) \frac{b}{d} h + \varepsilon_0 \varepsilon_{Luft} \frac{h_{max} b}{d} . \quad (18)$$

Zwischen der Füllhöhe h und der Gesamtkapazität $C_{ges} = C_L + C_F$ lässt sich ein linearer Zusammenhang erkennen. (Eckert, Stetzenbach, Jodl, 2006, S. 82f)

Diese Herleitung berücksichtigt jedoch nicht den Einfluss der Gefäßwände auf die Kapazität. Dazu wird die Ersatzschaltung, wie in Abbildung 30 dargestellt, verfeinert. Parasitäre Kapazität werden wie üblich durch einen zum gesamten Aufbau parallel geschalteten Kondensator C_P berücksichtigt. Zu C_L und C_F werden jeweils zwei Plattenkondensatoren $C_{H,L}$ und $C_{H,F}$ gleicher Fläche in Reihe geschaltet. Zur Vereinfachung werden die beiden gleichen Kondensatoren $C_{H,L}$ zunächst durch $C_{G1} = \frac{C_{H,L} \cdot C_{H,L}}{C_{H,L} + C_{H,L}} = \frac{1}{2} C_{H,L}$ ersetzt (Gl. (7)). Analog gilt $C_{G2} = \frac{1}{2} C_{H,F}$. Die Kapazität der in Reihe geschalteten Kondensatoren kann mit Gleichung (7) berechnet werden

$$C_{G,L} = \frac{C_{G1} \cdot C_L}{C_{G1} + C_L} = \varepsilon_0 A \frac{\frac{\varepsilon_G \varepsilon_L}{2w} \frac{d}{d}}{\frac{\varepsilon_G}{2w} + \frac{\varepsilon_L}{d}} = \varepsilon_0 \frac{A}{d_{ges}} \frac{\varepsilon_G \varepsilon_L}{\varepsilon_G d + \varepsilon_L 2w} d_{ges} = \varepsilon_0 \varepsilon_{G,L} \frac{A}{d_{ges}},$$

analog gilt

$$C_{G,F} = \varepsilon_0 \frac{A}{d_{ges}} \frac{\varepsilon_G \varepsilon_F}{\varepsilon_G d + \varepsilon_F 2w} d_{ges} = \varepsilon_0 \varepsilon_{G,F} \frac{A}{d_{ges}} .$$

Die neu definierten Terme $\varepsilon_{G,L}$ und $\varepsilon_{G,F}$ ermöglichen eine leichte Modifikation der Gleichung (18) indem sie die Terme ε_{Luft} und $\varepsilon_{Flüssigkeit}$ ersetzen, sodass für die Gesamtkapazität

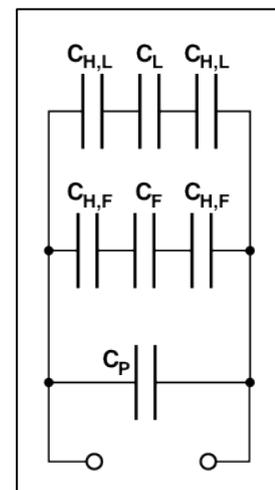


Abbildung 30:
Ersatzschaltung des
Füllstandssensors

$$C_{Gesamt} = C_{G,L} + C_{G,F} + C_p = \varepsilon_0(\varepsilon_{G,F} - \varepsilon_{G,L}) \frac{b}{d_{ges}} h + \varepsilon_0 \varepsilon_{G,L} \frac{h_{max} b}{d_{ges}} + C_p \quad (19)$$

gilt. In Gleichung (19) wurde mit d_{ges} erweitert. Dieser Wert ist damit frei wählbar und mit keinem Fehler behaftet. Hier wird der Anschauung halber $d_{ges} = d + 2w = 9,2\text{cm}$ gewählt.

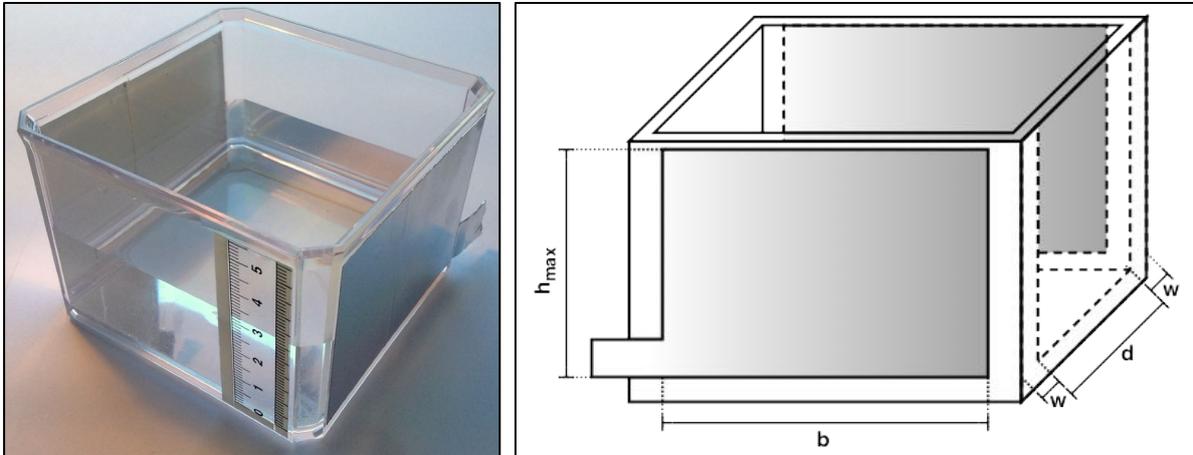


Abbildung 31: Aufbau des Modells eines Füllstandssensors

4.1.2 Durchführung und Ergebnis

Im folgenden Versuch wird Wasser als Flüssigkeit verwendet. Abbildung 32 zeigt die Werte zweier Messreihen und ihre Ausgleichsgeraden. Eine Messreihe wurde mit Hilfe eines Schwingkreises und die Andere mit Hilfe der Bestimmung der Ladezeit, wie in den Kapiteln 3.3 und 3.4 beschrieben, aufgenommen.

Mit den Maßen des Gefäßes von $h_{max} = 0,055\text{m} \pm 0,0005\text{m}$, $d = 0,087\text{m} \pm 0,0005\text{m}$, $b = 0,0775\text{m} \pm 0,0005\text{m}$, $d_{ges} = 0,092$, $2 \cdot w = 0,005\text{m} \pm 0,0001\text{m}$ und der Dielektrizitätskonstante von Wasser, die temperaturabhängig und daher mit einem Fehler behaftet ist, $\varepsilon_{Wasser} \approx 80 \pm 0,5$ (bei 20°C) sowie $\varepsilon_{Luft} \approx 1$ und $\varepsilon_{Polyethylen} \approx 3,3$ (Hering & Schönfelder, 2012, S. 33), nimmt Gleichung (19) die Form

$$C_{Gesamt} = 8,854 \cdot (35,5 - 1) \frac{0,0775}{0,092} \cdot h + 8,854 \cdot 1 \cdot \frac{0,055 \cdot 0,0775}{0,092} + C_p \text{ [pF]}$$

$$= 2,5434 \cdot h + 0,4102 + C_p \text{ [pF]} = m \cdot h + n + C_p \text{ [pF]}$$

an.

Der Fehler der parasitären Kapazität ist gleich dem Fehler der Kapazitätsmessungen von $\Delta C_p = 0,025\text{pF}$ (Schwingkreis), beziehungsweise $\Delta C_p = 0,12\text{pF}$ (Ladezeitmessung). Nach

Gaußscher Fehlerfortpflanzung gilt $\Delta\varepsilon_{G,F} = 0,43$ und für den Fehler der Steigung $\Delta m = 0,36 \frac{\text{pF}}{\text{m}}$ sowie für den y-Achsenabschnitt $\Delta n = 0,005 \text{pF}$.

Es fällt auf, dass der erste und letzte Messwert immer unterhalb der Ausgleichsgeraden liegen, die Abweichung scheint ein systematischer Fehler zu sein und mit der Form des Gefäßes zusammenzuhängen. Das Gefäß ist zur Öffnung hin geweitet, wodurch sich der Plattenabstand erhöht und die Kapazität verringert. Die Abweichung des ersten Messwertes von der Ausgleichsgeraden lässt vermuten, dass die Kondensatorplatten hier nicht exakt genug platziert wurden oder die, in Kapitel 2.1.2 besprochenen Randeffekte zum tragen kommen. Dennoch stimmen die Steigungen der Ausgleichsgeraden, für die Messung mit der Schwingkreismethode und der Ladezeitmethode, im Rahmen des Fehlers, mit dem theoretischen Werte von $2,54 \pm 0,36 \frac{\text{pF}}{\text{m}}$ überein und der lineare Zusammenhang aus Gleichung (19) kann bestätigt werden.

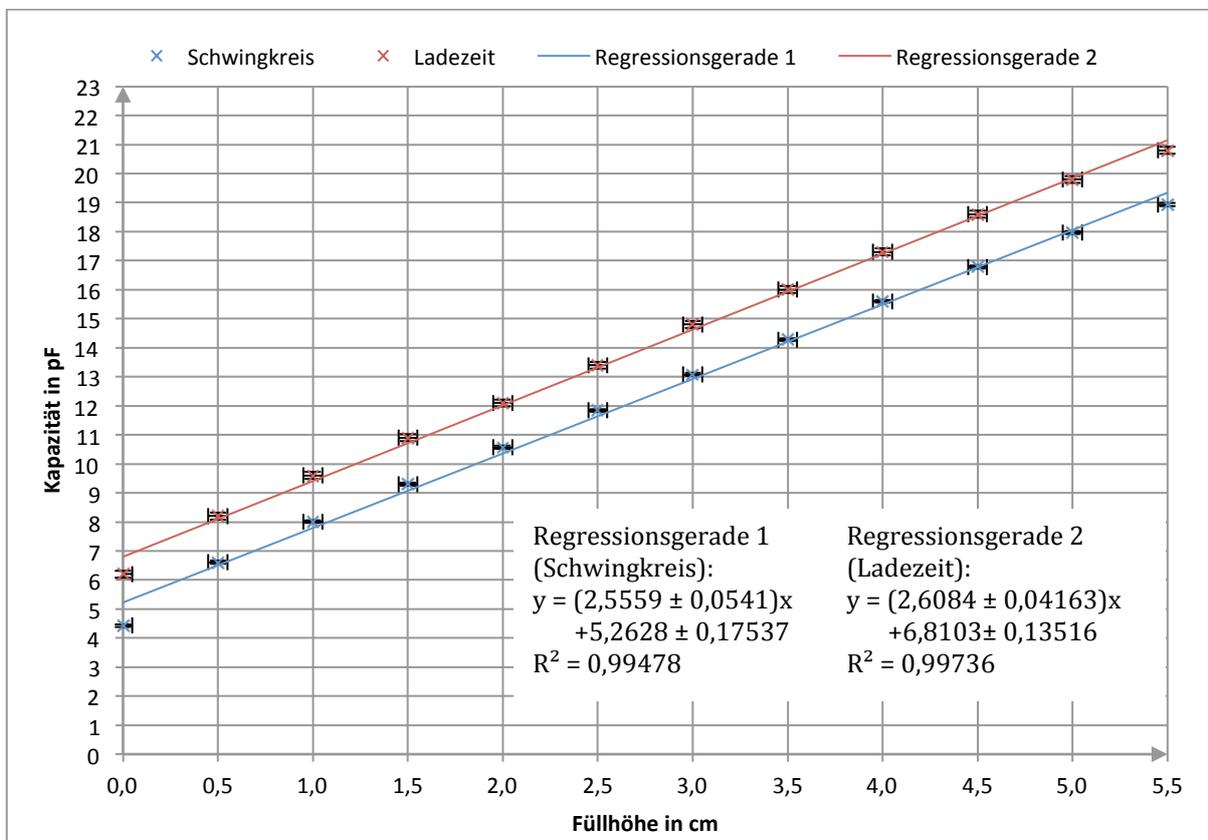


Abbildung 32: Zusammenhang zwischen der Füllhöhe und der Kapazität des Füllstandssensors

4.1.3 Variationen

Der Versuchsaufbau bietet einige Variationsmöglichkeiten. So kann die oben beschriebene Versuchsreihe mit anderen Gefäßformen durchgeführt werden, um zu zeigen, dass nicht immer ein linearer Zusammenhang zwischen der Kapazität und der Füllhöhe besteht (Eckert, Stetzenbach, Jodl, 2006, S. 83). Durch die Variation des Dielektrikums können Rückschlüsse auf seine Permittivität gezogen werden. Es bietet sich an qualitativ mit verschiedenen Dielektrika zu experimentieren. Das nachfolgende Modell führt eine Variation des Dielektrikums weiter aus.

6 Literatur

Eckert, B., Stetzenbach, W., Jodl, H. J. (2006). *Low Cost-High Tech Freihandversuche Physik, Anregungen für einen zeitgemäßen Physikunterricht*, Köln: Aulis

Hering, E. & Schönfelder, G. (2012). *Sensoren in Wissenschaft und Technik, Funktionsweise und Einsatzgebiete*, Wiesbaden: Vieweg+Teubner

Hesse, S. & Schnell, G. (2011). *Sensoren für die Prozess- und Fabrikautomation, Funktion-Ausführung-Anwendung*, Wiesbaden: Vieweg+Teubner