

2.2.3 Beschleunigungssensoren

Kapazitive Beschleunigungssensoren als mikro-elektromechanische Systeme (MEMS) lassen sich als Plattenkondensatoren auffassen, die bei einer äußeren Beschleunigung ihren Plattenabstand ändern. Die Kondensatorplatten sind Teile eines Feder-Masse-Systems. Abbildung 8 zeigt einen Ausschnitt des Beschleunigungssensors LIS331DLH für die X- und Y-Achsen, der unter

Siehe Quelle unten.

Abbildung 8: Beschleunigungssensor LIS331DLH unter dem Mikroskop (Dixon-Waren, 2010)

Siehe Quelle unten.

anderem im iPhone 4 verbaut wird, in einer starken Vergrößerung. Deutlich zu erkennen ist die Prüfmass (proof mass), welche an Blattfedern (spring) aufgehängt ist und sich in die Richtung einer Raumachse bewegen kann. Von dieser Prüfmass gehen Stege aus Silizium ab, die Kondensatorplatten (capacitor plates) bilden und sich mit der Prüfmass bewegen. Gegenüber dieser Stege sind unbewegliche Platten angeordnet. Zusammen mit den beweglichen Platten bilden sie Kondensatoren. Die Siliziumstege, welche die Kondensatorplatten bilden, sind ungefähr $2\mu\text{m}$ breit und zwei benachbarte bewegliche Stege sind ungefähr $8\mu\text{m}$ voneinander entfernt. Um

Abbildung 8: Beschleunigungssensor für alle drei Raumachsen (Dixon-Waren, 2010)

Beschleunigungen in allen drei Raumachsen zu erfassen ist für jede Achse ein Beschleunigungssensor auf einem Chip integriert. Abbildung 9 zeigt die Kombination von Sensoren für alle drei Raumachsen. Die Prüfmass des Feder-Masse-Systems der Z-Achse ist, im Unterschied zu den Sensoren der anderen Raumachsen, an einer Torsionsfeder aufgehängt. (Dixon-Waren, 2010)

Abbildung 10 zeigt den schematischen Aufbau eines Beschleunigungssensors. Jeweils drei Elektroden bilden einen Differentialkondensator, der aus zwei Kondensatoren besteht,

welche bei einer Auslenkung der Prüfmasse ihre Kapazität entgegengesetzt ändern. Nach dem Hookschen Gesetz $a \cdot m = k \cdot \Delta s$, ist die Auslenkung Δs der Masse aus der Ruheposition proportional zu der Beschleunigung a , welche in die Raumrichtung wirkt, in der sich die Masse bewegen kann (Raith, 1999, S. 310). Für die Abstände der Platten d_i gilt $d_i = d_0 \pm \Delta s$, wobei d_0 den

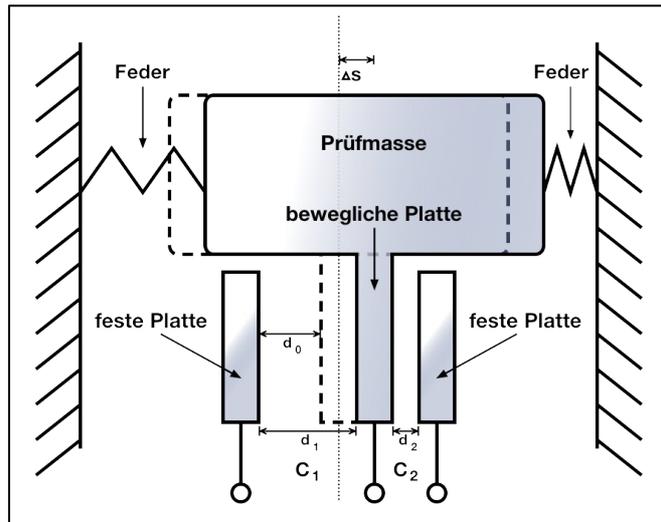


Abbildung 10: Aufbau eines Beschleunigungssensors

Plattenabstand bezeichnet, bei dem keine Beschleunigung auf den Sensor wirkt. Damit ergibt sich eine hyperbolische Beziehungen zwischen der Kapazität und der Auslenkung der Prüfmasse Δs der Form

$$C_i = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d_i} = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d_0 \pm \Delta s}.$$

In der Regel werden Differentialkondensatoren durch Wechselspannungsbrücken ausgewertet. Abbildung 11 zeigt die entsprechende Ersatzschaltung. Für die Messspannung U_m gilt nach der Spannungsteilerregel (11)

$$U_m = U_1 - U_2 = U_e \frac{R}{R+R} - U_e \frac{\frac{1}{i\omega C_2}}{\frac{1}{i\omega C_2} + \frac{1}{i\omega C_1}} = U_e \left(\frac{1}{2} - \frac{C_1}{C_2 + C_1} \right) = \frac{U_e}{2} \frac{C_2 - C_1}{C_2 + C_1}. \quad (12)$$

Im nächsten Schritt werden C_1 und C_2 in die Gleichung (12) eingesetzt und gekürzt. Damit erhält man die Gleichung

$$U_m = \frac{U_e}{2} \frac{\frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1}}{\frac{1}{d_2} + \frac{1}{d_1}} = \frac{U_e(d_1 - d_2)}{2(d_1 + d_2)} = \frac{U_e(d_0 + \Delta s - (d_0 - \Delta s))}{2(d_0 + \Delta s + (d_0 - \Delta s))} = U_e \frac{\Delta s}{2d_0}. \quad (13)$$

Es ist ein linearer Zusammenhang zwischen der Messspannung und der Beschleunigung erkennbar. (Schmidt, 2002, S. 122f)

Im praktischen Teil dieser Arbeit sollen die Kapazitäten C_1 und C_2 separat gemessen werden. Dies hat zum einen den Vorteil

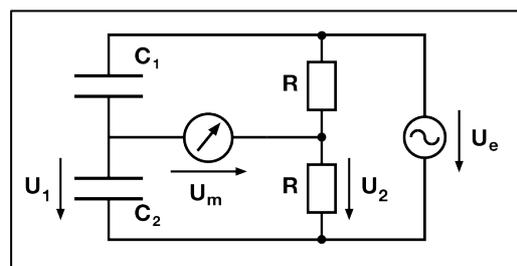


Abbildung 11: Schaltplan eines Differentialkondensators

einfachere Messverfahren benutzen zu können und zum anderen ist es so möglich, die Gleichung (2) zu verifiziert. Dennoch bietet es sich an, den Term $M := \frac{C_2 - C_1}{C_2 + C_1}$ aus der Gleichung (12) als einen weiteren Messwert auszuwerten, denn das Gleichsetzen der Gleichungen (12) und (13) ergibt

$$\frac{U_e C_2 - C_1}{2 C_2 + C_1} = U_e \frac{\Delta s}{2d_0}$$

und liefert durch Kürzen den linearen Zusammenhang

$$M = \frac{C_2 - C_1}{C_2 + C_1} = \frac{\Delta s}{d_0} \propto a, \quad (14)$$

mit dem die Proportionalität zur Beschleunigung verifizieren werden kann.

4.3 Beschleunigungssensoren



Abbildung 37: Massestücke

Der Aufbau des Modells eines Beschleunigungssensors orientiert sich an der Darstellung aus Abbildung 10. Die Kondensatorplatten bestehen aus ungefähr 5cm hohen, 40cm langen und 1cm breiten Holzlatten, die von einer Seite mit Aluminiumfolie beklebt sind und so die Elektroden bilden. Die Prüfmasse besteht aus einer Holzkonstruktion, in welche Massestücke eingelegt

werden können. Als Massestücke eignen sich zehn zu einer Rolle zusammengeklebte 1-Cent-

Münzen (Abb. 37). Diese haben jeweils eine Masse von 23g. Die Prüfmassse kann sich auf zwei Metallstangen bewegen. In der Bewegungsrichtung ist auf beiden Seiten der Prüfmassse jeweils eine Feder angebracht. Die Federkonstanten der Federn sollten so weit es geht übereinstimmen. Die festen Kondensatorplatten sind über Klemmen in dem Rahmen arretiert. Auf diese Weise kann die Position der festen Platten auf die verwendeten Federn angepasst werden. Die bewegliche Platte



Abbildung 38: Modell eines Beschleunigungssensors

sollte sich, wenn keine Beschleunigung auf die Achse, in der sich die Masse bewegen kann, wirkt, in der Mitte zwischen den festen Platten befinden (Abb. 38). Eine detaillierte Bauanleitung ist im Abschnitt 7 des Anhangs zu finden.

Anhand von drei Versuchen soll deutlich gemacht werden, wie mit einem kapazitiven Beschleunigungssensor die Lage des Sensors im Raum bestimmt werden kann.

4.3.1 Versuch: Hooksches Gesetz

Wirkt eine Beschleunigung in Richtung der Achse, in der sich die Prüfmassse bewegen kann, auf den Sensor, wird die Masse ausgelenkt. Das Maß der Auslenkung wird durch das Hooksche Gesetz bestimmt. Das Modell des Sensors wird für die Verifikation dieses Gesetzes um 90° gedreht aufgestellt, sodass sich die Prüfmassse in Richtung der Erdachse bewegen kann. Damit wirkt die Erdbeschleunigung $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ auf die Prüfmassse. Zur Bestimmung der Federkonstanten $k = \frac{mg}{d_1 - d_0}$ wird jeweils eine Feder in das Modell eingehängt und mit den Massestücken die Prüfmassse variiert (Abb. 39 links) . Werden zwei Federn, wie eingangs beschrieben, in das Modell gehängt, kann die Federkonstante der

gesamten Konstruktion experimentell bestimmt werden (Abb. 39 rechts). Für die theoretische Betrachtung ergibt sich die Gesamtkraft $F_{ges} = k_{ges}(d_0 - d_1)$, unter der Annahme, dass beide Federn die gleiche Federkonstante k besitzen, durch Addition der Kräfte

$$F_1 = k(d_1 - d_0) \quad \text{und}$$

$$F_2 = -k(d_2 - d_0) = -k(2d_0 - d_1 - d_0) = -k(d_0 - d_1) \quad \text{zu}$$

$$F_{ges} = k_{ges}(d_1 - d_0) = F_1 + F_2 = k(d_1 - d_0) - k(d_0 - d_1) = 2k(d_1 - d_0).$$

Die Federkonstante des gesamten Aufbaus ist damit $k_{ges} = 2k$. Die Ergebnisse der Messung sind in Abbildung 40 graphisch dargestellt. Dabei ist der Fehler der Abstandsmessung $\Delta d = 0,5\text{mm}$, der Fehler der Masse $\Delta m = 0,5\text{g}$ und der Fehler der Gewichtskraft nach Gauß'scher Fehlerfortpflanzung $\Delta F_G = \Delta 0,005\text{N}$. Mit dem Hookschen Gesetz $F_G = mg = k(d_1 - d_0)$ ergibt sich die Federkonstante aus der Steigung der Ausgleichsgeraden, wenn die Gewichtskraft F_G gegen die Abstandsänderung $d_1 - d_0$ aufgetragen wird. Die Ergebnisse bestätigen die Verdoppelung der Federkonstante bei der Verwendung von zwei identischen Federn. Für die weiteren Versuche wird daher die Federkonstante $k_{ges} = 0,1263 \pm 0,0007 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$ verwendet.

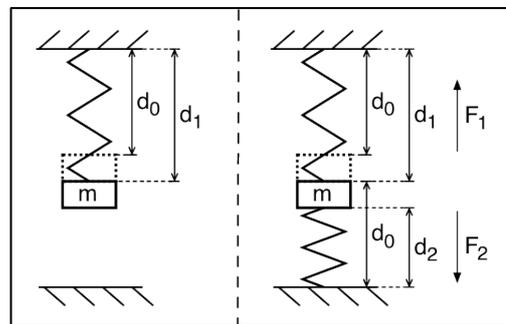


Abbildung 39: Feder-Masse-System

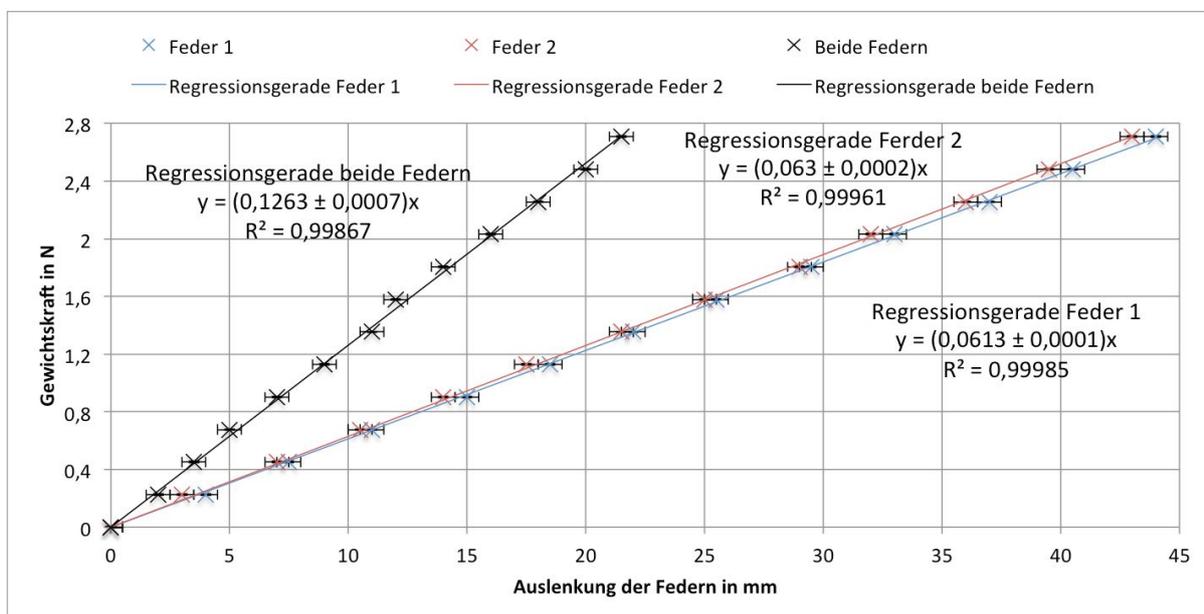


Abbildung 40: Zusammenhang zwischen der Auslenkung der Federn und der Gewichtskraft

4.3.2 Versuch: Schiefe Ebene

Am Modell kann über ein Lot der Winkel abgelesen werden unter dem es gehalten wird. Der Anteil der Erdbeschleunigung, welcher auf die Bewegungsachse der Prüfmasse wirkt, ist nach einfachen geometrischen Überlegungen durch

$$a_{theor} = g \cdot \sin \phi \quad (20)$$

gegeben (Abb. 41). In diesem Versuchsteil wird mit Hilfe der Änderung des Plattenabstands $d_1 - d_0$, der Prüfmasse $m_p = 0,6055 \pm 0,0005\text{kg}$ und der Federkonstante k_{ges} die Beschleunigung a_{exp} berechnet und mit den theoretischen Werten a_{theor} verglichen. Dazu soll die theoretische gegen die experimentell bestimmte Beschleunigung aufgetragen werden. Um den Zusammenhang (20) zu bestätigen, muss die Steigung der Ausgleichsgeraden gleich Eins sein. Abbildung 42 zeigt diesen Graphen. Der Fehler der Winkelmessung ist $\Delta\phi = 1^\circ$, der Fehler der Abstandsmessung ist $\Delta d = 0,5\text{mm}$ und die Fehler der Beschleunigungen Δa_{exp} und Δa_{theor} wurden nach der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung bestimmt. Die Steigung der Ausgleichsgeraden beträgt $0,9935 \pm 0,0034$, damit kann Gleichung (20) als bestätigt angesehen werden.

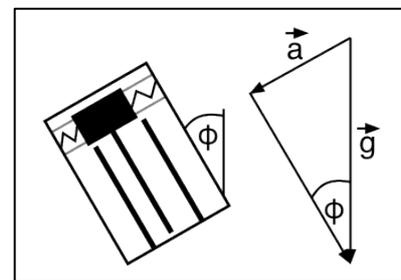


Abbildung 41: Gekipptes Modell eines Beschleunigungssensors

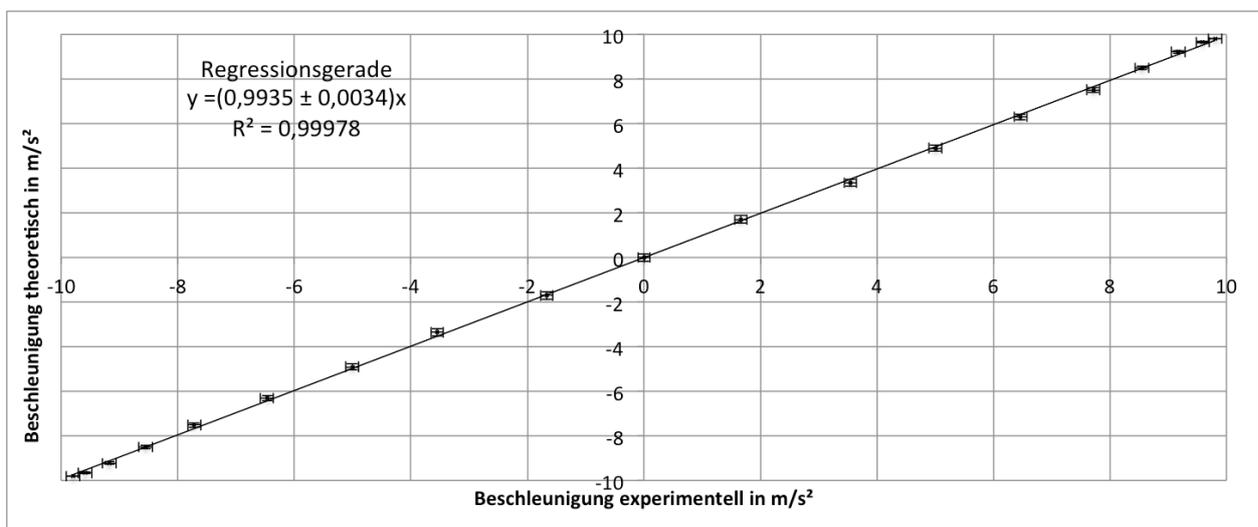


Abbildung 42: Zusammenhang zwischen der experimentell bestimmten Beschleunigung und den theoretischen Werten

4.3.3 Versuch: Abhängigkeit der Kapazität vom Plattenabstand

Das Modell kann entweder aufrecht hingestellt oder auf einen Tisch gelegt werden. Die Federn werden ausgehängen, somit kann der Plattenabstand von Hand variiert werden. Die Kapazitäten beider Kondensatoren sollen aufgenommen werden. Es ist auf diese Weise möglich beide Messreihen getrennt darauf zu überprüfen, ob sie der Gleichung (4) genügen. Eine andere Möglichkeit der Auswertung ist es die Beziehung (14) zu testen. Dazu werden beide Kapazitäten zugleich ausgewertet. Wie bereits diskutiert findet durch Gleichung (14) eine Linearisierung statt. Hier hat der Fehler bei der Bestimmung des Flächeninhalts $A = 18090 \pm 202\text{mm}^2$ der Kondensatorplatten keine Bedeutung. Dafür wird jedoch vorausgesetzt, dass die Platten gleich groß sind. Neben dieser Unsicherheit beeinflusst der Fehler der Abstandsmessung $\Delta d = 0,5\text{mm}$ und der Fehler der Kapazitätsmessung $\Delta C = 0,12\text{pF}$ die Messwerte. Die anderen Fehler ergeben sich aus der Fehlerfortpflanzung nach Gauß.

In Abbildung 43 ist die Kapazitäten der Kondensatoren C_1 und C_2 gegen den Kehrwert des Plattenabstands $\frac{1}{d_i}$ aufgetragen worden. Nach Gleichung (4) sollen die Steigungen der Ausgleichsgeraden dem Wert

$$\varepsilon_0 \varepsilon_r A = 160,2 \pm 1,8 \frac{\text{pF}}{\text{mm}}$$

entsprechen. Im Rahmen der Messgenauigkeit stimmen die Steigungen der Geraden erwartungsgetreu mit dem theoretischen Wert überein.

Abbildung 44 zeigt den Graph der entsteht, wenn der Wert M aus Gleichung (14) gegen die Auslenkung der Platten um die Ausgangsposition $\Delta s = d_1 - d_0 = d_0 - d_2$ aufgetragen wird. Theoretisch gilt für die Steigung

$$\frac{1}{d_0} = 0,0182 \pm 0,0002 \frac{1}{\text{mm}}.$$

Auch hier stimmt die Steigung der Ausgleichsgeraden mit dem theoretischen Wert, im Rahmen der Fehlertoleranzen, erwartungstreu überein.

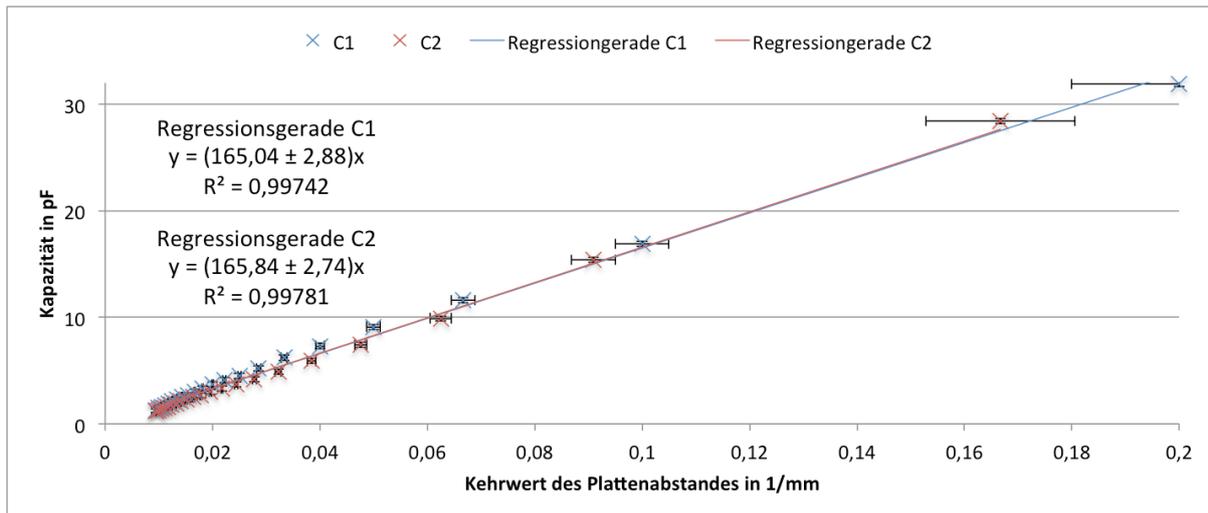


Abbildung 43: Zusammenhang zwischen dem Kehrwert des Plattenabstandes und der Kapazität

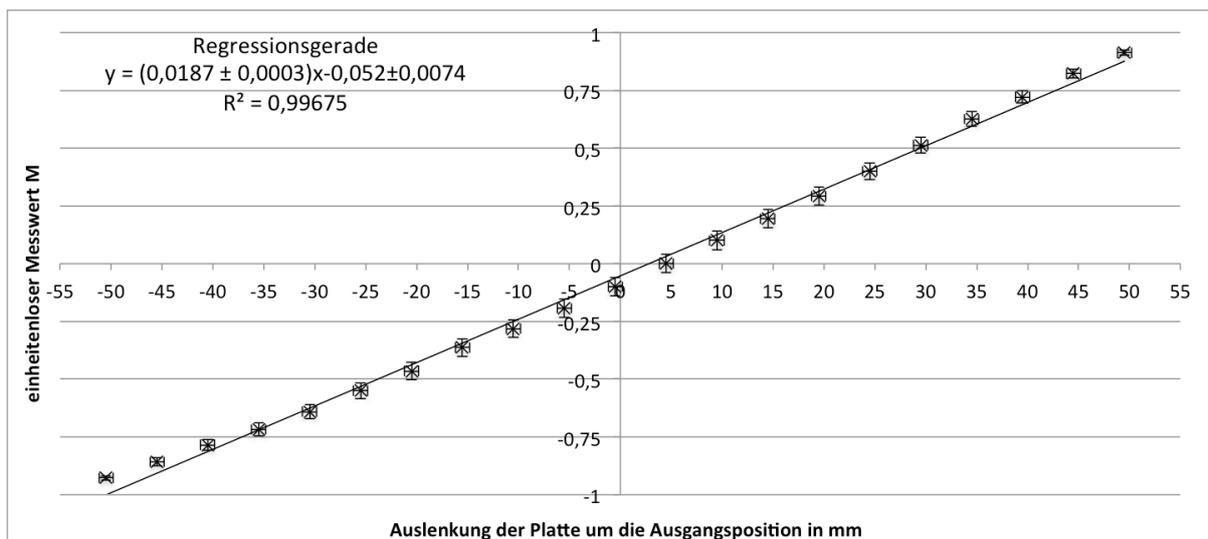
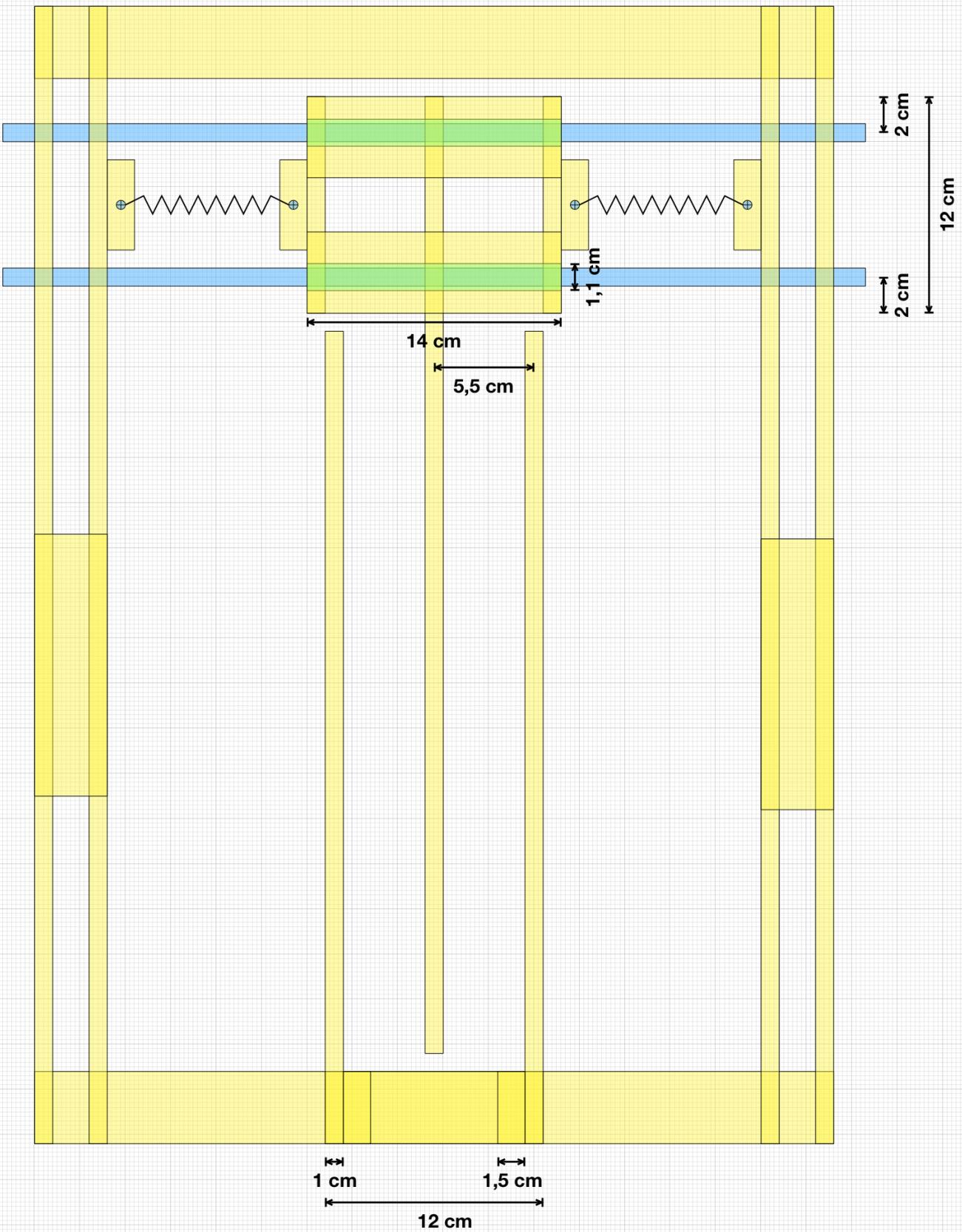
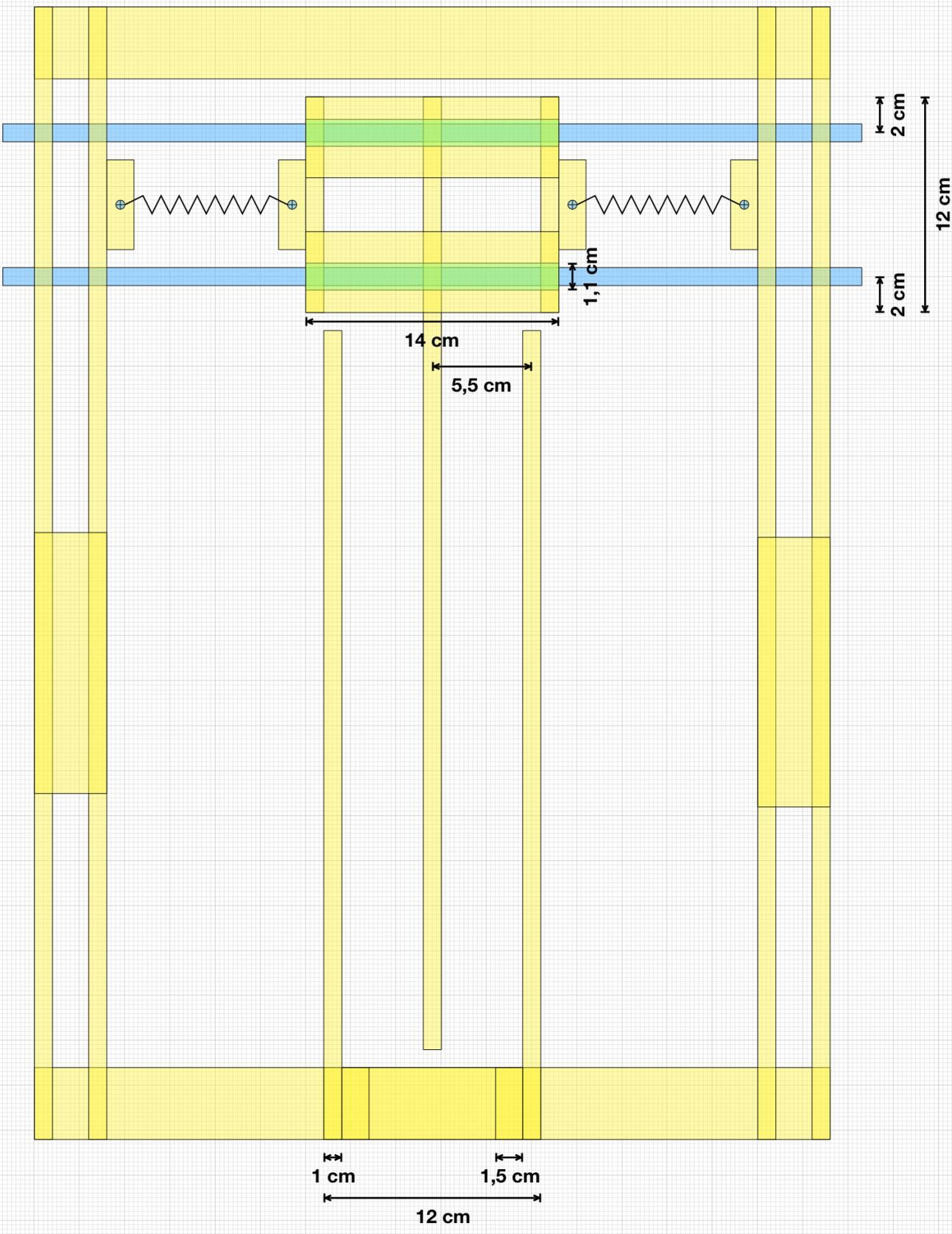


Abbildung 44: Zusammenhang zwischen der Auslenkung der Platten um die Ausgangsposition und dem einheitenlosen Messwert M

Werden die Ergebnisse der drei vorangegangenen Versuche zusammengeführt, kann der Mikrocontroller so programmiert werden, dass er statt der Kapazität den Winkel ausgibt, nach welchem das Modell ausgerichtet wird. Dieser Wert kann mit dem Ausschlag am Winkelmesser des Modells verglichen werden.





6 Literatur

Dixon-Waren, St. J. (2010). *Motion Sensing in the iPhone 4: MEMS Accelerometer*, <http://www.memsjournal.com/2010/12/motion-sensing-in-the-iphone-4-mems-accelerometer.html> (letzter Aufruf am 25.07.2013)

Raith, W. (1999). *Bergmann Schäfer, Lehrbuch der Experimentalphysik, Elektromagnetismus*, Berlin/New York: de Gruyter

Schmidt, W.-D. (2002). *Sensorschaltungstechnik*, Würzburg: Vogel